Algorytmy optymalizacji dyskretnej  
Laboratorium 2

Łukasz Machnik nr 268456

# Zadanie 1

## Opis modelu

1. Dane
   1. Koszty paliwa w poszczególnych firmach dla poszczególnych lotnisk:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Firma 1 | Firma 2 | Firma 3 |
| Lotnisko 1 | 10 | 7 | 8 |
| Lotnisko 2 | 10 | 11 | 14 |
| Lotnisko 3 | 9 | 12 | 4 |
| Lotnisko 4 | 11 | 13 | 9 |

Potraktujmy to jako funkcję dwóch zmiennych: c(l, f)   
gdzie l = numer lotniska, f = numer firmy:  
c(1, 1) = 10, c(1, 2) = 7, c(1, 3) = 8, c(2, 1) = 10, c(2, 2) = 11, …

* 1. Maksymalna liczba paliwa jaką może dostarczyć dana firma [galony]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Firma 1 | Firma 2 | Firma 3 |
| 275 000 | 550 000 | 660 000 |

* 1. Liczba paliwa potrzebna na każdym z lotnisk [galony]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Lotnisko 1 | Lotnisko 2 | Lotnisko 3 | Lotnisko 4 |
| 110 000 | 220 000 | 330 000 | 440 000 |

1. Zmienne decyzyjne (nieujemne liczby rzeczywiste)
   1. L1F1 = ilość paliwa dostarczonego na lotnisko 1 przez firmę 1
   2. L1F2 = ilość paliwa dostarczonego na lotnisko 1 przez firmę 2
   3. L1F3 = ilość paliwa dostarczonego na lotnisko 1 przez firmę 3
   4. L2F1 = ilość paliwa dostarczonego na lotnisko 2 przez firmę 1
   5. L2F2 = ilość paliwa dostarczonego na lotnisko 2 przez firmę 2
   6. …
   7. LiFj = ilość paliwa dostarczonego na lotnisko *i* przez firmę *j*
2. Ograniczenia
   1. Wymagana ilość paliwa na każdym z lotnisk [galony]:
   2. Maksymalna ilość paliwa którą może dostarczyć każda firma [galony]:
3. Funkcja celu

## Wyniki

Minimalny koszt dostaw paliwa na wszystkie lotniska: 8 525 000  
Optymalny rozkład zmiennych decyzyjnych:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Firma 1 | Firma 2 | Firma 3 |
| Lotnisko 1 | 0 | 110 000 | 0 |
| Lotnisko 2 | 165 000 | 55 000 | 0 |
| Lotnisko 3 | 0 | 0 | 330 000 |
| Lotnisko 4 | 110 000 | 0 | 330 000 |
| SUMA | 275 000 | 165 000 | 660 000 |

Wszystkie firmy dostarczają jakąś część paliwa. Jak widać firmy 1 i 3 osiągnęły swój limit dostaw.

# Zadanie 2

## Opis modelu

1. Dane
   1. Dany jest graf skierowany *G=(N, A)* o *n=16* wierzchołkach i *m=32* krawędziach:

Obraz zawierający wykres

Opis wygenerowany automatycznie

* 1. Ograniczenie górne na czas przejścia: *T=30*
  2. Dla każdej krawędzi są dane: koszt i czas przejścia – *c(i)* oraz *t(i)*:

Obraz zawierający Prostokąt

Opis wygenerowany automatycznie

1. Zmienne decyzyjne
   1. *Xi* = zmienna binarna określająca czy wybieramy daną ścieżkę
2. Ograniczenia
3. Funkcja celu

## Wyniki

Dla tych danych wybrano ścieżkę 0->1->2->5->9->12->15. Osiągając koszt = 22.

W badanym przypadku nic się nie zmieniło po usunięciu ograniczenia na całkowitoliczbowość oraz ograniczenia maksymalnego czasu.

# Zadanie 3

## Opis modelu

1. Dane
   1. Minimalna liczba radiowozów dla każdej dzielnicy i zmiany [minR(d, z)]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zmiana 1 | Zmiana 2 | Zmiana 3 |
| Dzielnica 1 | 2 | 4 | 3 |
| Dzielnica 2 | 3 | 6 | 5 |
| Dzielnica 3 | 5 | 7 | 6 |

* 1. Maksymalna liczba radiowozów dla każdej dzielnicy i zmiany [maxR(d, z)]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Zmiana 1 | Zmiana 2 | Zmiana 3 |
| Dzielnica 1 | 3 | 7 | 5 |
| Dzielnica 2 | 5 | 7 | 10 |
| Dzielnica 3 | 8 | 12 | 10 |

* 1. Minimalna łączna liczba radiowozów na każdej zmianie [z(n)]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Zmiana 1 | Zmiana 2 | Zmiana 3 |
| 10 | 20 | 18 |

* 1. Minimalna łączna liczba radiowozów w każdej dzielnicy [d(n)]:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Dzielnica 1 | Dzielnica 2 | Dzielnica 3 |
| 10 | 14 | 13 |

1. Zmienne decyzyjne
2. Ograniczenia
3. Funkcja celu

## Wyniki

Minimalna liczba radiowozów potrzebna do spełnienia wszystkich wymagań to 48:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | Zmiana 1 | Zmiana 2 | Zmiana 3 | Suma |
| Dzielnica 1 | 2 | 5 | 3 | 10 |
| Dzielnica 2 | 3 | 7 | 9 | 19 |
| Dzielnica 3 | 5 | 8 | 6 | 19 |
| Suma | 10 | 20 | 18 |

# Zadanie 4

## Opis modelu

1. Dane
   1. Wymiary terenu *m x n*: *m=8*, *n=8*
   2. Rozmieszczenie kontenerów: *Cij = 1* ⬄ na kwadracie (i, j) znajduje się kontener, 0 w p.p. (założyłem że jest 8 kontenerów):

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

* 1. Zasięg widzenia kamery: *k=2*

1. Zmienne decyzyjne
   1. *Xij = 1* ⬄ na kwadracie (i, j) znajduje się kamera
   2. *Xij = 0* ⬄ na kwadracie (i, j) nie znajduje się kamera
2. Ograniczenia
3. Funkcja celu

## Wyniki

Minimalna liczba kamer potrzebna do monitorowania wszystkich kontenerów wynosi 8. Poniżej ‘X’ oznaczono kontenery a ‘C’ kamery:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  | C | X | X |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  | X |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | X |  |  | C | X | X |
| X |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  | C |  | X |  |  |  |
| C |  |  |  |  |  |  |  |

# Zadanie 5

## Opis modelu

1. Dane
   1. Czas produkcji jednostki [kilograma] towaru na danej maszynie [w minutach] *t(i, j)*:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | Maszyna 1 | Maszyna 2 | Maszyna 3 |
| Produkt 1 | 5 | 10 | 6 |
| Produkt 2 | 3 | 6 | 4 |
| Produkt 3 | 4 | 5 | 3 |
| Produkt 4 | 4 | 2 | 1 |

* 1. Maksymalny tygodniowy popyt na dany towar [kg] *p(i)*:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Produkt 1 | Produkt 2 | Produkt 3 | Produkt 4 |
| 400 | 100 | 150 | 500 |

* 1. Cena sprzedaży kilograma towaru [$/kg]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Produkt 1 | Produkt 2 | Produkt 3 | Produkt 4 |
| 9 | 7 | 6 | 5 |

* 1. Koszt materiałów za kilogram danego towaru [$/kg]:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Produkt 1 | Produkt 2 | Produkt 3 | Produkt 4 |
| 4 | 1 | 1 | 1 |

* 1. Z tego można wyliczyć zysk za sprzedaż kilograma towaru (nie uwzględniający kosztów obsługi maszyn) [$/kg] *e(i)*:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Produkt 1 | Produkt 2 | Produkt 3 | Produkt 4 |
| 5 | 6 | 5 | 4 |

* 1. Koszt pracy maszyny [$/h] *c(i)*:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Maszyna 1 | Maszyna 2 | Maszyna 3 |
| 2 | 2 | 3 |

* 1. Czas dostępności maszyn w tygodniu: *T = 60* [h] *= 3600* [min]

1. Zmienne decyzyjne
   1. *Xi* = ilość wytworzonego produktu *i* [kg]
2. Ograniczenia
3. Funkcja celu

## Wyniki

Maksymalny możliwy do uzyskania zysk wynosi 3632,50 $. W tym celu należy produkować następujące ilości towarów:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Produkt 1 | Produkt 2 | Produkt 3 | Produkt 4 |
| 125 | 100 | 150 | 500 |

Jak widać wszystkie produkty są wytwarzane – produkty 2, 3 i 4 osiągnęły swój limit popytu.